Lista 10

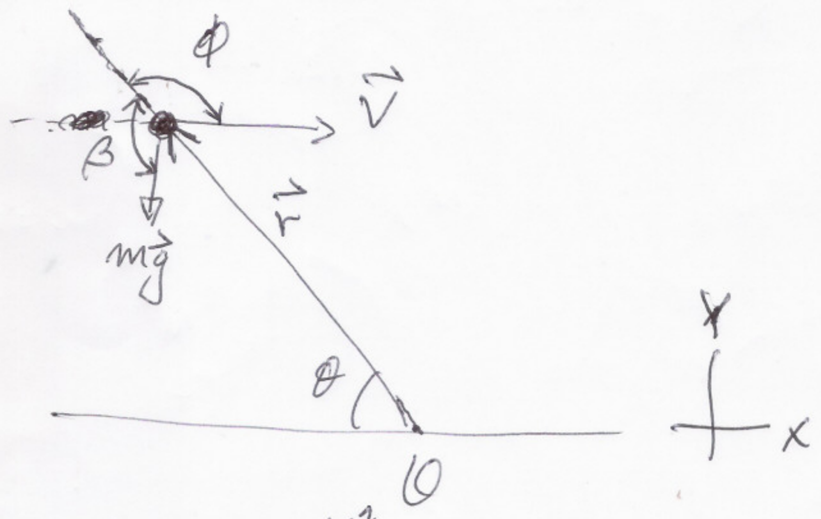
Q-1)

$\theta = 36{,}9^o$

$m = 2{,}0 kg$

$v = 12{,}0 m/s$

$r = 8{,}0 m$



(a) $\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v} = -rmv \operatorname{sen}\phi \hat{k}$

$\operatorname{sen}\phi = \operatorname{sen}(\pi - \theta) = \operatorname{sen}\pi \cos\theta - \operatorname{sen}\theta \cos\pi = \operatorname{sen}\theta$

$\vec{L} = -rmv \operatorname{sen}\theta \hat{k}$

$\vec{L} = -8 \times 2 \times 12 \times 0{,}6 \hat{k} \Rightarrow \boxed{\vec{L} = -115 \hat{k} (kg\, m^2/s)}$

Entrando na página.

(b) Taxa de variação do momento angular, $d\vec{L}/dt$, é

$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\tau} = \vec{r} \times m\vec{g} = rmg \operatorname{sen}\beta \hat{k}$

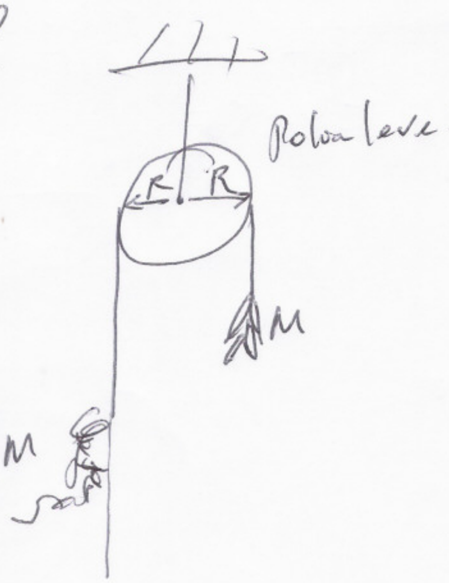
$\operatorname{sen}\beta = \operatorname{sen}(\frac{\pi}{2} + \theta) = \operatorname{sen}\frac{\pi}{2} \cos\theta - \operatorname{sen}\theta \cos\pi/2 = \cos\theta$

$\frac{d\vec{L}}{dt} = rmg \cos\theta \hat{k} = 8 \times 2 \times 9{,}8 \times 0{,}799 \hat{k}$

$\boxed{\frac{d\vec{L}}{dt} = 125 (kg\, m^2/s^2) \hat{k}}$ Vetor saindo da página.

Lista 10

Q. 2)



(a) $\sum \tau = MgR - MgR = 0$

(b) $\frac{dL}{dt} = \sum \tau = 0 \Rightarrow \underline{L = \text{constante}}$

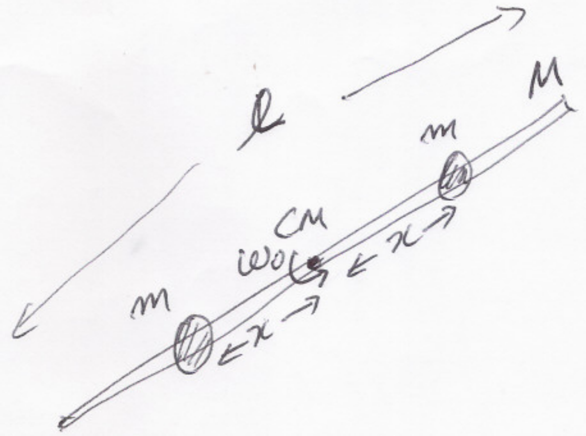
Como o momento angular do sistema é zero, o macaco e as bananas se moverão para cima com a mesma velocidade em qualquer instante.

(c) (C) O macaco ~~nunca~~ nunca ~~chegará~~ alcançará as bananas. Somente quando as bananas atingem a polia.

Obs. A tensão na corda é a mesma em ambos os lados da polia, e aplicando a 2ª lei de Newton, tanto o macaco como as bananas possuem a mesma aceleração no sentido para cima.

Lista 10

Q. 3



$M = 300g$
$l = 50cm$
m = massa da cada conta
$x = 10cm$
$\omega_0 = 340 rad/s$

(a) Conservação do momento angular:

$$L_f = L_i$$

$$L_i = \left(\frac{Ml^2}{12} + 2m x^2\right)\omega_0 \quad \text{---} (1)$$

$$L_f = \left(\frac{Ml^2}{12} + 2m\frac{l^2}{4}\right)\omega_f \quad \text{---} (2)$$

$$\omega_f = \left(\frac{\frac{Ml^2}{12} + 2m x^2}{\frac{Ml^2}{12} + \frac{2m}{4} l^2}\right)\cdot \omega_0 = \left(\frac{1 + 24\frac{m}{M}\left(\frac{x}{l}\right)^2}{1 + \frac{24}{4}\frac{m}{M}}\right)\cdot \omega_0 \quad \text{---} (3)$$

$$\left(\frac{x}{l}\right)^2 = \left(\frac{10}{50}\right)^2 = \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1}{25}$$

$$\omega_f = \frac{1 + \frac{24}{25}\frac{m}{M}}{1 + \frac{24}{4}\frac{m}{M}}\omega_0 = \left(\frac{1 + \frac{24}{25\times 300}m}{1 + \frac{6}{300}m}\right)\omega_0$$

Q3 (Cont.)

(a) $$\boxed{\frac{w_f}{w_0} = \frac{1 + 0{,}96\,\frac{m}{M}}{1 + 6\,\frac{m}{M}}} \quad \text{---} (4)$$

(b) O valor máximo de w_f é $w_0 = 36{,}0$ rad/s e corresponde quando $m/M \ll 1$, ou seja, a massa da conta é muito pequena perante a da haste.

O valor mínimo de w_f corresponde quando $\frac{m}{M} \gg 1$. Neste caso, ~~$\frac{MR^2}{12}$~~ a inércia rotacional da haste, $\frac{MR^2}{12}$ é muito menor do que a das contas e pode-se desprezar nas equações (1) – (3). A equação (3) se reduz em

$$w_f = 4\,\frac{x^2}{\ell^2}\,w_0$$

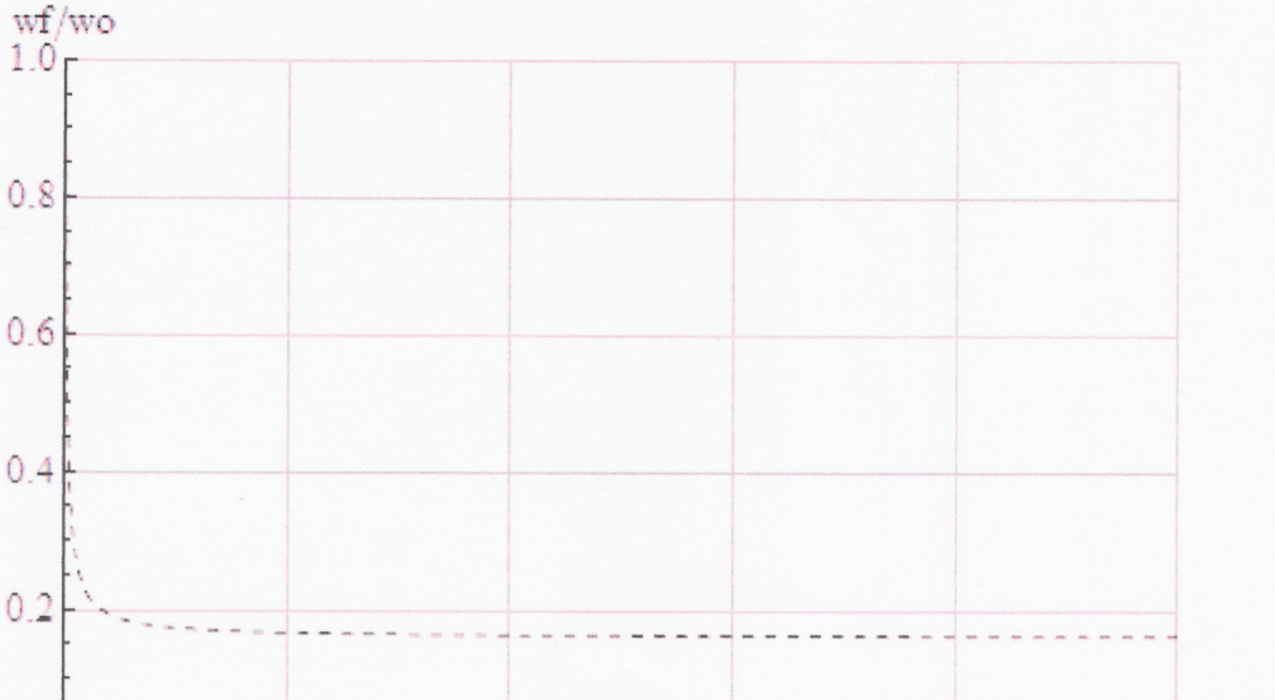
e $$w_f = 4\left(\frac{10}{50}\right)^2 w_0 = \frac{4}{25} \times 36 = 0{,}16 \times 36 \quad \text{---} (5)$$

~~$w_f = 5{,}86$ rad/s~~ $\boxed{w_f = 5{,}8 \text{ rad/s}}$

Q03

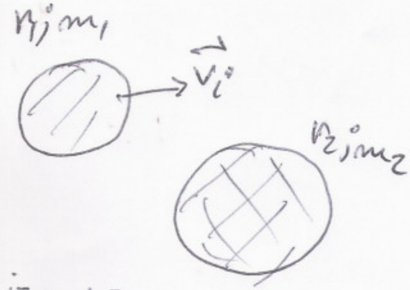
Gráfico da Eq. (4).

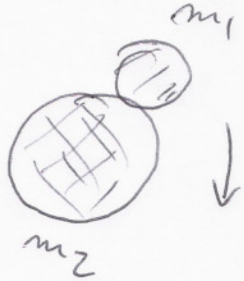
Para $m \gg M$, $w_f/w_0 \rightarrow 0,16$ (vem a Eq. 5).



Lista 10

(Q. 4)





Dados $m_1 = 80,0 g$
$r_1 = 4,00 cm ; v_{1i} = 1,50 m/s$
$m_2 = 120 g$
$r_2 = 6,00 cm ; v_{2i} = 0$

(a) Os discos se movem sobre a superfície lisa e horizontal, ou seja, não há força nessa direção. As reações da superfície sobre os discos e os pesos dos corpos se anulam porque não há movimento na direção perpendicular à superfície. Temos, dessa forma, $\sum \vec{F}_{ext} = 0$, por conseguinte, o momento linear se conserva.

$\vec{p}_i = m_1 v_{1i} \hat{i} + 0 = m v_{1i} \hat{i} = 80 \times 10^{-3} \times 1,50$

$\vec{p}_i = 0,12 \hat{i} \, kg \, m/s$

$\vec{p}_f = (m_1 + m_2) \vec{v}_{cm} \Rightarrow \boxed{\vec{p}_f = \vec{p}_i = 0,12 \hat{i}} \, (kg \, m/s)$

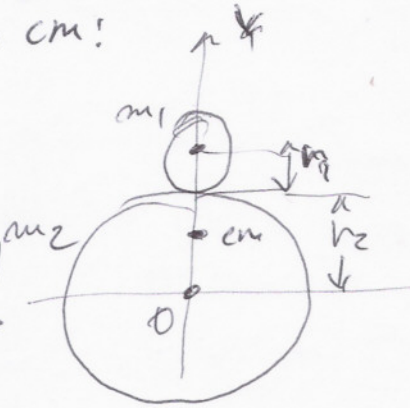
(b) $v_{cm} = \dfrac{0,12}{200 \times 10^{-3}} \Rightarrow \boxed{\vec{v}_{cm} = 0,6 (m/s) \, \hat{i}}$

(b) A energia cinética não se conserva porque a colisão é totalmente inelástica (os discos se grudam na colisão).

(c) Como a força externa resultante é nula (interna), o torque é nulo. Conclui-se que o momento angular do sistema se conserva. Posição do cm:

$$y_{cm} = \frac{m_1(r_1+r_2) + m_2 \times 0}{m_1 + m_2}$$

$$y_{cm} = \frac{8\cancel{0} \times 10}{2\cancel{0}\cancel{0}} \Rightarrow \boxed{y_{cm} = 4{,}0\,cm}$$



Em relação o centro do disco maior.

(d) ~~Movimento~~ Os discos (sistema) realizam ~~um~~ movimento de translação cujo cm realiza trajetória retilínea no mesmo sentido com que ~~do~~ disco menor veio a colidir ~~menor antes da colisão~~. Como a colisão acontece fora da linha que une os centros ~~centros~~ dos discos, produz um impulso angular, resultando no movimento ~~conjunto~~ de rotação em torno do eixo que passa pelo centro de massa do sistema.

3/4

(e) Velocidade angular do sistema.

Momento angular antes da colisão:

$$\vec{L}_i = \left(r_{1cm}\, m_1 v_{1i} + r_{2cm}\, m_2 v_{2i}\right)\hat{k}$$

$r_{1cm} = 6{,}00\,cm$ (distância do centro do disco m_1 ao CM).

$v_{2i} = 0$ (em repouso)

$$\vec{L}_i = \left(6{,}00\times10^{-2} \times 80\times10^{-3} \times 1{,}50\right)\hat{k}$$

$$\boxed{\vec{L}_i = 7{,}20\times10^{-3}\left(kg\,m^2/s\right)\hat{k}}$$

Momento angular após a colisão:

$$\vec{L}_f = I_T\, \omega\, \hat{k}$$

A inércia rotacional é calcula usando o teorema de eixos paralelos:

$$I_T = \left(\frac{m_2 r_2^2}{2} + m_2 r_{2cm}^2\right) + \left(\frac{m_1 r_1^2}{2} + m_1 r_{1cm}^2\right)$$

$$I_T = \frac{120\times10^{-3}\times(6\times10^{-2})^2}{2} + 120\times10^{-3}\times(4{,}0\times10^{-2})^2 +$$

$$+ \frac{80\times10^{-3}\times(4{,}0\times10^{-2})^2}{2} + 80\times10^{-3}(6{,}0\times10^{-2})^2$$

$$I_T = 2{,}16\times10^{-4} + 1{,}92\times10^{-4} + 0{,}64\times10^{-4} + 2{,}88\times10^{-4}$$

$$\boxed{I_T = 7{,}60\times10^{-4}\,kg\,m^2}$$

~~(e)~~ $L_f = L_i \Rightarrow I_T\,\omega = L_i$

$$\omega = \frac{L_i}{I_T} = \frac{7{,}20\times10^{-3}}{7{,}60\times10^{-4}} \Rightarrow \boxed{\omega = 9{,}47\ \text{rad/s}}$$

(f) Na pag. 1:

$$\boxed{\vec{v}_{cm} = 0{,}6\,\hat{i}\ (\text{m/s})}$$

(g) Energia cinética:

antes da colisão

$$K_i = \frac{m_1 v_{1i}^2}{2} = \frac{80\times10^{-3}\times(1{,}5)^2}{2} = 90\times10^{-3}$$

$$\boxed{K_i = 90{,}0\times10^{-3}\ \text{J}}$$

após a colisão:

$$K_f = \frac{I_T\,\omega^2}{2} = \frac{7{,}60\times10^{-4}\times(9{,}47)^2}{2}$$

$$\boxed{K_f = 34{,}1\times10^{-3}\ \text{J}}$$

$$\Delta K = K_f - K_i \Rightarrow \boxed{\Delta K = -56\ \text{J}}$$

perda de energia

Lista 10

1.05.)

$\omega_i = 6{,}0$ rad/s ; $R = 0$

$\omega_f = 5{,}0$ rad/s ; ~~no~~ pouco ~~dentro~~ ~~é~~ o R

~~m = massa da barata ;~~
~~M = " do disco~~

(a) $L_i = L_f$

$$L_i = (I_d + \cancel{I_b}^{=0})\,\omega_i = I_d\,\omega_i$$

$$L_f = (I_d + I_b)\,\omega_f$$

$$(I_d + I_b)\,\omega_f = I_d\,\omega_i$$

$$1 + \frac{I_b}{I_d} = \frac{\omega_i}{\omega_f} \rightarrow \frac{I_b}{I_d} = -1 + \frac{\omega_i}{\omega_f} = -1 + \frac{6}{5} = \frac{1}{5}$$

$$\boxed{\frac{I_b}{I_d} = 0{,}2}$$

(b) $K_i = \dfrac{I_d\,\omega_i^2}{2}$

$$K_f = \frac{(I_d + I_b)\,\omega_f^2}{2}$$

$$\Delta K = K_f - K_i = \frac{(I_d + I_b)\,\omega_f^2}{2} - \frac{I_d\,\omega_i^2}{2}$$

$$= \frac{I_d}{2}\left[\left(1 + I_b/I_d\right)\omega_f^2 - \omega_i^2\right]$$

$$= \frac{I_d}{2}\left[(1 + 0{,}2)\left(\frac{5}{6}\right)^2 - 1\right]\omega_i^2 = -0{,}17\,\frac{I_d\,\omega_i^2}{2}$$

$$\boxed{\frac{\Delta K}{K_i} = -0{,}17}$$